

Générateurs de Scénarios Économiques

Petit-déjeuner du Vendredi 17 Janvier 2014

Vos contacts

Michaël Donio

Directeur

Tel : +33(0) 7 63 30 22 70

Mail : michael.donio@sia-partners.com

Marc Juillard

Manager - Responsable R&D

Tel : +33 (0) 6 23 66 46 40

Mail : marc.juillard@sia-partners.com

Clément Pravin

Manager

Tel : +33 (0) 6 61 81 63 33

Mail : clement.pravin@sia-partners.com

Thomas Anglade

Senior

Tel : +33 (0) 7 60 01 39 45

Mail : thomas.anglade@sia-partners.com

1
section

Introduction

- a** Quel est le rôle d'un Générateur de Scénarios Économiques ?
- b** Focus sur l'univers Risque Neutre

Introduction

Quel est le rôle d'un Générateur de Scénarios Économiques ?

Un Générateur de Scénarios Économiques (GSE) permet de simuler des chroniques d'indices financiers
Ses applications multiples lui confèrent un rôle central au sein des compagnies d'assurance

La valorisation économique d'un contrat d'assurance (ayant des interactions actif-passif) requiert l'utilisation d'un GSE

La Directive Solvabilité 2 (art 77) et l'EIOPA (cf. CP n°26) retiennent comme définition du best estimate :

« La moyenne pondérée en fonction de leur probabilité des futurs flux de trésorerie compte tenu de la valeur temporelle de l'argent, laquelle est estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente. »

Le CFO Forum stipule que la **MCEV doit être valorisée sur la base d'hypothèses market consistent** (principes 12 à 15).

Le Board stipule que sous le projet de norme IFRS4 phase 2, les **provisions techniques devront être valorisées sur la base d'hypothèses financières cohérentes avec le marché**

De nombreuses études quantitatives nécessitent également l'utilisation d'un GSE. Parmi elles :

1

Études ALM

- Allocation stratégique (GSE historique)
- Étude de pricing (GSE risque neutre)

2

ORSA

- Projection du bilan sur la durée du plan stratégique (GSE historique)
- Valorisation des *best estimate* (GSE risque neutre)

3

Calcul du Capital Économique

- Projection du bilan à 1 an (GSE historique)
- Valorisation *market consistent* des passifs (GSE risque neutre)

Dans le cadre de la présentation, nous nous focaliserons principalement sur les GSE Risque Neutre



Introduction

Focus sur l'univers Risque Neutre

L'univers Risque Neutre ou comment calculer une valeur de marché en absence de marché ?

La valorisation Risque Neutre consiste à trouver des **liens structurels** entre un certain nombre d'instruments financiers afin **d'extrapoler un ensemble de prix cohérents entre eux**

Les étapes de calcul d'une *market consistent value* d'un contrat d'assurance

1. Détermination des flux du contrats sous tous les scénarios possibles

Pas d'hypothèse sur le futur

- Les projections utilisées ne le sont que pour identifier la structure des flux
- Les valorisations *market consistent* ne dépendent donc pas des primes de risques
- Utiliser certaines primes de risques permet de simplifier les calculs : on peut choisir une prime de risque nulle

2. Association de ces flux aux flux d'instruments financiers cibles dont on connaît les prix

La valorisation RN dépend des prix des instruments financiers cibles

- La plupart des valorisations RN ne pourront répliquer correctement qu'un nombre limité de prix d'instruments financiers
- Le choix des instruments financiers pour la calibration du modèle est donc primordial

3. Le contrat d'assurance a le même prix que les instruments financiers

La valorisation RN dépend des modèles de diffusion

- Le modèle de projection n'a pas d'impact sur les prix connus
- Il a un impact sur l'extrapolation des prix
- Calibrer deux modèles RN sur le même panier d'instruments financiers produira des *market consistent value* différentes

L'univers Risque Neutre permet donc de calculer des espérances et des prix cohérents avec le marché
C'est le standard de marché (bien que des méthodologies de calcul alternatives existent)



2

section

Comment mettre en place un Générateur de Scénarios Économiques ?

- a Les étapes de mise en place d'un Générateur de Scénarios Économiques
- b Le risque Actions
- c Le risque Immobilier
- d Le risque de Taux
- e Le risque de Spread

Comment mettre en place un GSE ?

Les étapes de mise en place d'un GSE

La valorisation des bilans économiques nécessite de projeter l'ensemble des facteurs de risque sur lesquels la compagnie est exposée.

Quelles sont les étapes de la mise en place d'un GSE ?

1 Choix des **facteurs de risque** à modéliser

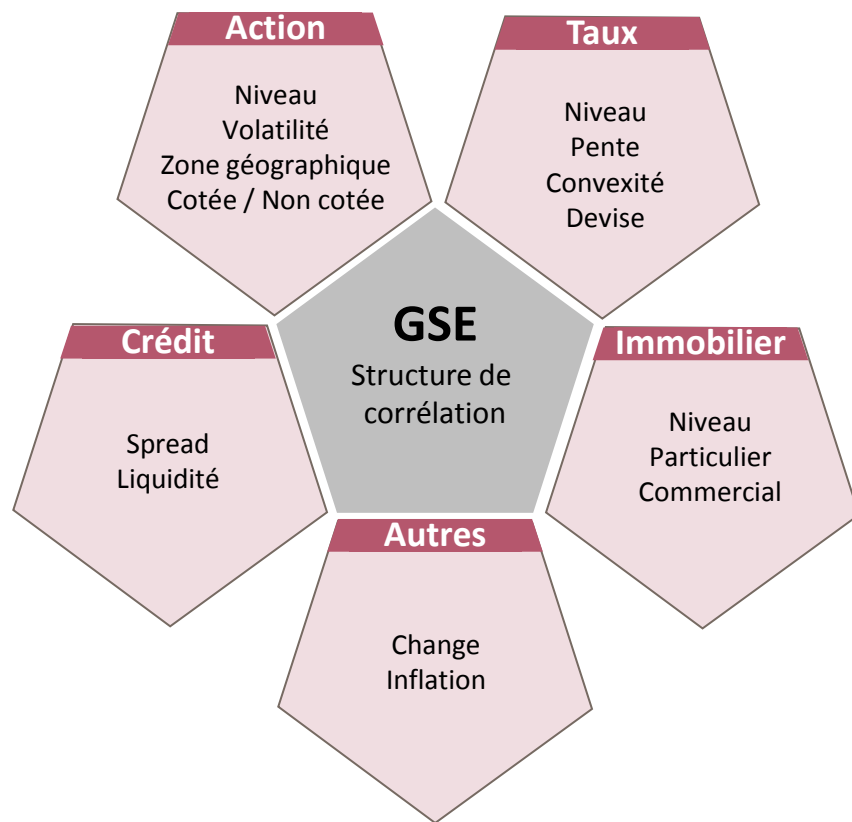
Pour chaque facteur de risque, et chaque univers de projection (Historique et Risque Neutre), un certain nombre d'éléments doivent être déterminés conjointement :

Quelles sont les **données nécessaires** à la calibration des modèles de diffusion ?
Comment vérifier leur cohérence et les retraitements à appliquer ?

Quels **modèles de diffusion sélectionner** et comment procéder à leur **calibration** ?

Comment procéder à la **validation des trajectoires générées** ?

3 Quels sont les **ajustements nécessaires** à l'utilisation du GSE pour mener certaines analyses (e.g ORSA) ?



2

section

Comment mettre en place un Générateur de Scénarios Économiques ?

a Quels facteurs de risque modéliser ?

b Le risque Actions

c Le risque Immobilier

d Le risque de Taux

e Le risque de Spread

Comment mettre en place un GSE ?

Le risque action – Les données nécessaires

La calibration des modèles de diffusion du risque actions nécessite l'utilisation de produits dérivés dont le **prix est observable** et côté sur un marché et possédant une **forte liquidité**

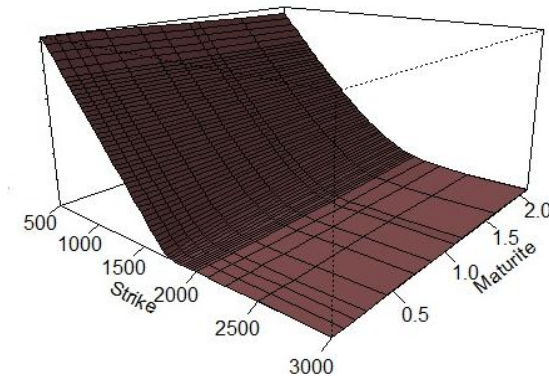
Dans ses orientations nationales complémentaires préparatoires à l'exercice de 2013, l'ACPR stipule que :

« *Le calibrage de la volatilité des actions dans les générateurs de scénarii économiques devra être réalisée sur des prix à date d'inventaire. [...] L'utilisation de méthodes de lissage lorsque des données fiables provenant de marchés actifs existent est donc prohibée* »

Les données doivent donc provenir des différents produits dérivés sur action les plus liquides observés à date d'inventaire :

- Options d'achat (Calls)
- Options de vente (Puts)
- Options exotiques (option asiatiques, options à barrière, ...)

Comme ces options sont cotées en volatilité (volatilité implicite), on observe un ensemble de volatilités correspondant à chaque couple (strike ; maturité). Cet ensemble est la « **nappe de volatilité implicite** »



Ex : Nappe de volatilité implicite du S&P 500

- Indice sous-jacent : S&P 500
- Date d'observation : octobre 2013
- Maturités : de 0 à 2 ans
- Strikes : de 500 à 3000
- Type de produit dérivé : Call
- Valeur du S&P à cette date : 1690



Les données fournies par la nappe de volatilité implicite sont le point d'entrée de la calibration des modèles

La dynamique de la volatilité implicite est propre à chaque sous-jacent. Sa reconstitution est capitale pour capter la variabilité de l'action modélisée.

Comment mettre en place un GSE ?

Le risque action – Choix du modèle de diffusion – 1/2

Le choix du modèle retenu pour la diffusion du risque actions doit se faire au regard de l'arbitrage entre **qualité de reproduction de la nappe de volatilité implicite** et **simplicité de mise en œuvre**.

Dans ses orientations nationales complémentaires préparatoires à l'exercice de 2013, l'ACPR stipule que les organismes sont libres de choisir deux types de modèles :

« Les organismes modélisant l'évolution de leurs investissements dans des actions dans leur générateur de scénarii avec une **volatilité constante** sont invités [...] à utiliser le prix mid [...] du call de maturité un an à la monnaie »

« Les organismes modélisant l'évolution de leurs investissements dans les actions dans leur générateur de scénarii avec une **volatilité dépendant du temps** [...] sont invités [...] à utiliser les prix mid [...] de calls à la monnaie correspondant aux « strikes » 3600 et 2600 pour respectivement l'indice CAC 40 et l'indice Eurostoxx »

On distingue donc les modèles à volatilité constante des modèles à volatilité variable (déterministe ou stochastique).

1

Volatilité constante

- Une volatilité unique pour toute la projection
- Pas de reproduction de la convexité de la nappe.

Convient pour des portefeuilles avec peu d'optionnalité

2

Volatilité déterministe

- Volatilité calibrée en fonction du temps
- Nécessite de discrétiser la nappe à l'aide de la formule de Dupire

Reproduit mieux le « smile » de volatilité

3

Volatilité stochastique

- La volatilité est un processus stochastique
- La processus s'adapte parfaitement à la nappe
- Calibration très complexe.

Calibration parfaite mais difficile.



Le choix du modèle doit se faire au regard de la structure d'engagements de passif que l'on cherche à couvrir.

Comment mettre en place un GSE ?

Le risque action – Choix du modèle de diffusion – 2/2

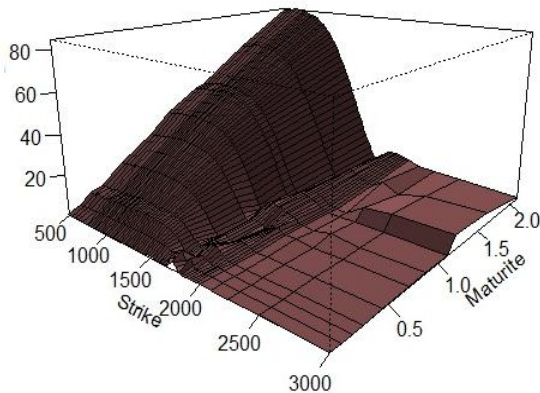
Pour analyser la qualité de la calibration d'un modèle à une nappe de volatilité, on observe l'écart entre les prix fournis par le modèle et les prix observés sur le marché.

En faisant la différence entre prix de marché et prix de modèle, on obtient l'erreur sur la reproduction de la nappe de volatilité par le modèle. L'analyse de cette erreur permet de juger de la qualité de calibration.

Exemple : tests d'ajustement de trois modèles à la nappe de volatilité observée précédemment sur le S&P 500

1

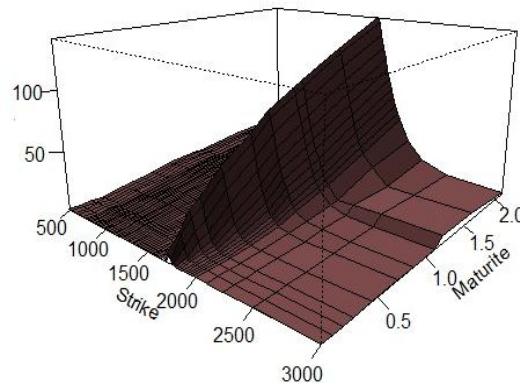
Modèle de Black & Scholes



- Mauvaise reproduction des options dans la monnaie.
- Erreurs de valorisation dans les situations favorables.

2

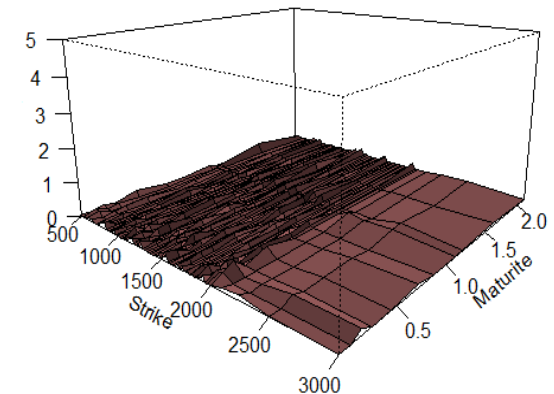
Modèle de Ornstein-Uhlenbeck



- Mauvaise gestion de la convexité des options à la monnaie
- Erreurs de valorisation sur des options de rachat par exemple.

3

Modèle de Heston



- Reproduction quasiment parfaite de la nappe.



La qualité de calibration du modèle doit être mise en regard de l'engagement (Best Estimate) que l'on cherche à valoriser

2

section

Comment mettre en place un Générateur de Scénarios Économiques ?

a Quels facteurs de risque modéliser ?

b Le risque Actions

c Le risque Immobilier

d Le risque de Taux

e Le risque de Spread

Comment mettre en place un GSE ?

Le risque immobilier

Pour modéliser le risque immobilier dans le GSE, il est nécessaire d'identifier le **sous-jacent** à modéliser, les **produits dérivés** à utiliser ainsi que le **modèle** à utiliser.

Le marché immobilier est un marché complexe de par sa nature : la **valorisation des biens est délicate**, le **cout des transactions** très élevé et les **prix sont très opaques**.

1 Le sous-jacent

- Les indices immobiliers tiennent compte de la valeur d'un type immobilier (résidentiel, commercial, locatif) dans une région donnée
- NPI : marché américain
- IPD : marché européen

2 Les produits dérivés

- Les produits dérivés sont moins liquides que sur les marchés actions
- Différents types de produits dérivés
- Swaps sur indice immobiliers contre taux d'intérêt
- Swaps sur indices immobiliers contre spread
- Contrat forward sur indice immobilier

3 Les modèles utilisés

Cours journaliers - CAC et IEIF entre 2004 et 2012



- Corrélation des cours journaliers : 94%
- Volatilité plus faible de l'immobilier
- Les modèles retenus sont en général les mêmes avec une volatilité plus faible.



Les marchés actions et immobilier sont très différents fondamentalement mais les différents indices immobiliers cotés permettent des techniques de valorisation similaires.

2

section

Comment mettre en place un Générateur de Scénarios Économiques ?

a Quels facteurs de risque modéliser ?

b Le risque Actions

c Le risque Immobilier

d Le risque de Taux

e Le risque de Spread

Comment mettre en place un GSE ?

Le risque de taux – Choix du modèle de diffusion – 1/3

A Les types de modèles

1

Les modèles d'équilibre

Vasicek, CIR, ...

Modélisation du taux court

$$dr(t) = m(t, \Omega)dt + \sigma(t, \Omega)dW(t)$$

2

Modèles de déformation qui partent de la structure par terme des taux observés

Modèles de la classe HJM

Les modèles basés sur la dynamique des taux forward instantanés

$$df(t, T) = m(t, T, \Omega)dt + \sigma(t, T, \Omega)dW(t)$$

Modèles LMM et SMM

Les modèles de marché basés sur la dynamique des taux forward

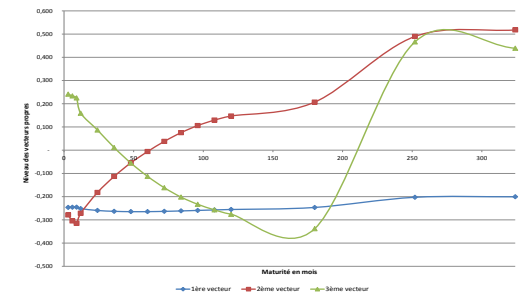
$$dF(t, T) = m(t, T, \Omega)dt + \sigma(t, T, \Omega)dW(t)$$

B Le nombre de facteurs de risques

Si les différentes maturités de la courbe des taux n'évoluent pas indépendamment les unes des autres, l'analyse de la déformation de la structure par termes des taux permet de mettre en évidence quelques mouvements caractéristiques

Sur la base d'un historique journalier couvrant la période 2000 – 2013, on observe que :

- 99 % de la dynamique de la structure par termes des taux d'intérêts est expliqué par 3 vecteurs propres : translation, pentification, convexité.
- les différentes études de décomposition de la dynamique des courbes des taux par le biais de l'ACP ont pu conclure à une stabilité temporelle et géographique de cette analyse (Le Bellac et Viricel [2012]).
- une analyse de la corrélation historique des différents taux zéro-coupon montre que les taux courts terme et long terme ne sont pas parfaitement corrélés (des niveaux de 60% à 70% sont constatés).



Les modèles d'équilibre sont rarement *market consistent*. Un modèle à un facteur ne reproduit que 80% du risque de taux

Comment mettre en place un GSE ?

Le risque de taux – Choix du modèle de diffusion – 2/3

Exemples de modèles envisageables

1

CIR ++

$$r(t) = x(t) + \varphi(t)$$
$$dx(t) = k(\theta - x(t))dt + \sigma\sqrt{x(t)}dW(t)$$

k est la vitesse de retour à la moyenne du processus, θ est le taux moyen à long terme et $\sigma\sqrt{x(t)}$ est la volatilité instantanée .
 $\varphi(t)$ est une fonction qui est calibrée de façon à ce que le modèle ajuste correctement la structure par terme initiale

- Les taux courts suivent une loi du chi2 non centrée : positivité du taux court sous certaines conditions
- Formules fermées pour la valorisation des ZC, options, caps et swaption

- La discrétisation n'est pas exacte
- Modèle 1 facteur :
 - Réplique mal certaines surfaces de volatilité
 - Gère principalement les mouvements de translation

2

G2 ++

$$r(t) = x(t) + y(t) + \varphi(t)$$
$$dx(t) = -\alpha_1 \times x_t \times dt + \sigma_1 \times dW_t^1$$
$$dy(t) = -\alpha_2 \times y_t \times dt + \sigma_2 \times dW_t^2$$

W_1 et W_2 sont 2 Browniens de variation quadratique $d\langle W_t^1, W_t^2 \rangle_u = \rho du$.

- Discrétisation exacte
- Modèle 2 facteurs : meilleur réplcation de la surface de volatilité implicite.
- Capte 98% de la volatilité des taux
- Présence de formule fermées pour les ZC et les pour les Caps.

- Les taux courts présentent une dynamique gaussienne
- Un calibrage légèrement plus complexe que le CIR ++

3

LMM à p facteurs

$$\frac{dF_k(t)}{F_k(t)} = \sum_{i=m(t)}^k \frac{\delta_i F_i(t) \sum_{q=1}^p \zeta_{i,q}(t) \zeta_{k,q}(t)}{1 + \delta_i F_i(t)} dt + \sum_{q=1}^p \zeta_{k,q}(t) dz_q$$

$\zeta_{k,q}$ représentent la volatilité associée au $q^{\text{ième}}$ facteur.

δ_i représente le pas de temps entre deux prix de caps

$m(t)$ représente le plus petit entier tel $t \leq m(t)$

- Modélisation log-normale des taux forward.
- Les ZC se déduisent des taux forwards
- Calcule aisément les prix de Caps
- Réplique bien la surface de volatilité
- Le nombre de facteurs de risques n'est pas limité

- Un calibrage plus complexe que le G2++
- Présente des incohérences au niveau des prix de Swaptions => SMM

Comment mettre en place un GSE ?

Le risque de taux – Choix du modèle de diffusion – 3/3

Le choix du type de taux que l'on cherche à modéliser est également crucial :

- La modélisation des taux nominaux invalide les modèles conduisant à des taux négatifs « trop probables ».

Sur la base des différents constats présentés ci-avant, on observe que le choix d'un modèle de taux n'est pas aisé. Cependant, la classification suivante peut être retenue :

- Passifs à durée longue et non rachetable : privilégier les modèles simples reproduisant les tendances de long terme.
- Passif simple (TMG, PB) avec une stratégie d'allocation d'actif peu dynamique : le modèle CIR ++ est un bon candidat.
 - Taux courts positif.
 - Rapide à implémenter et à ajuster.
 - Capte plus de 80% de la volatilité induite par le risque de taux.
- Passif complexe avec une stratégie d'allocation d'actif dynamique : un modèle à deux facteurs ou plus
 - La compagnie souhaite limiter le risque de modèle : le modèle G2 ++ est un très bon candidat.
 - La compagnie souhaite s'orienter vers un modèle plus *Market Consistent*, le gap de technicité conduit à se tourner vers un modèle LMM à 3 facteurs.



Le choix du modèle le plus pertinent doit être effectué sur la base d'une analyse du profil de risque

Comment mettre en place un GSE ?

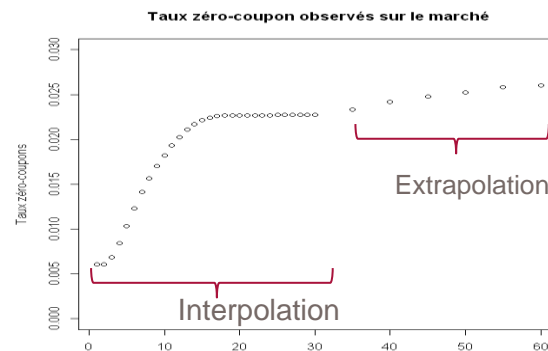
Le risque de taux – Les données nécessaires – 1/2

L'ajustement d'un modèle de taux risque neutre se base sur deux sources d'informations :

- La structure par termes des taux swaps : capte la trajectoire moyenne qui sera prise par les taux dans le futur.
- Des prix de dérivés de taux : CAPs ou swaptions : capte l'incertitude associée à cette déformation

A Prétraitement de la courbe des taux spots

- Le marché ne contenant pas un continuum de maturité de zéro-coupon suffisamment liquides ceci implique d'appliquer un processus de reconstitution afin d'obtenir une courbe continue.
- Cette courbe est ensuite extrapolée afin d'obtenir des taux pour des maturités postérieures à celles observées aujourd'hui sur le marché financier.



B Exemple de méthode

Méthode de Smith Wilson

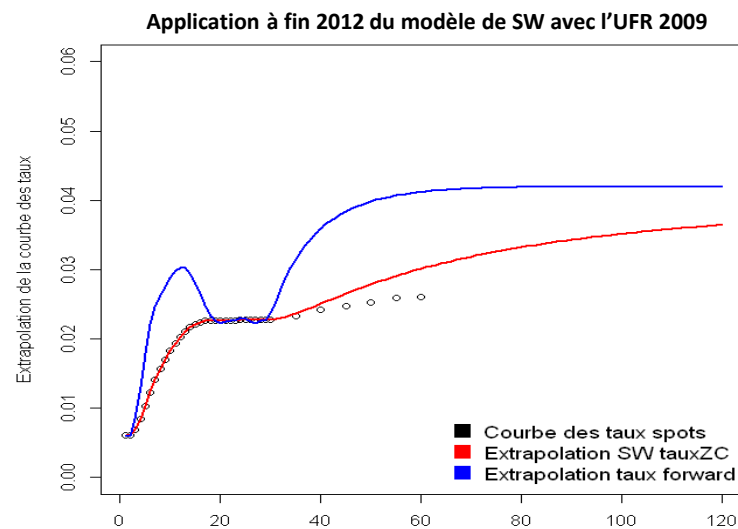
Méthode macroéconomique d'interpolation et d'extrapolation de la courbe des taux recommandée par l'EIOPA (Cf. *Risk-free interest rates – Extrapolation method*).

Calculé pour chaque unité monétaire et repose principalement sur l'estimation de 2 facteurs :

- Le taux d'inflation espéré à long terme
- Le taux d'intérêt réel espéré.

Lors de l'exercice QIS5, l'EIOPA a fixé l'UFR à 4,2%.

Si le choix de l'UFR n'intervient pas sur la partie interpolation il impacte fortement l'extrapolation



Comment mettre en place un GSE ?

Le risque de taux – Les données nécessaires – 2/2

A Les dérivés de taux

CAPS

- Pour se couvrir contre une hausse des taux
- Le cap peut-être vu comme l'analogue d'un call sur le marché des taux.
- Permettent d'anticiper l'évolution des non-renouvellements et des rachats

Swaptions

- Pour se couvrir contre une variation des taux.
- Entrer dans un swap = s'engager à payer un taux fixe contre un taux variable.
- Un Swaption est une option permettant de rentrer à diverses dates dans un Swap.

Des instruments redondants

- Les Caps et Swaps (sur même indice et même échéancier) sont des instruments redondants :
- un cap acheté et un floor vendu synthétise un swap donneur

B Prétraitement des produits dérivés

Comme pour les dérivés actions, les Caps et les Swaptions sont cotés en volatilité.

Une convention de marché consiste à calculer leur prix à l'aide de la formule de Black. Il est à noter que cette méthode consiste à considérer que les taux forwards et les taux swaps sont log-normaux (ce qui en pratique n'est pas possible).

C Caps ou Swaptions ?

Le choix sera dicté par la qualité du modèle obtenu in fine (stabilité temporelle des paramètres, écarts entre les prix de marché et les prix reproduits).



Le marché retient la plupart du temps des volatilités implicites issues de prix de swaptions

2

section

Comment mettre en place un Générateur de Scénarios Économiques ?

a Quels facteurs de risque modéliser ?

b Le risque Actions

c Le risque Immobilier

d Le risque de Taux

e Le risque de Spread

Comment mettre en place un GSE ?

Le risque de crédit – Choix du modèle de diffusion – 1/2

Le risque de crédit est le risque de perte sur une créance (défaut de l'emprunteur)

Le *spread* de crédit est le rendement supplémentaire demandé par le marché pour la prise de risque de crédit

A Quels événements peuvent être source d'un risque de crédit ?

Défaut

Changement de notation

Augmentation du spread

Attention : les *spreads* observables sur les marchés intègrent également du risque de liquidité

B Quel type de modèle peut on retenir dans un cadre risque neutre

Les modèles structurels

- Basés sur la théorie des options et modélise la structure financière de l'émetteur
- Modèles privilégiés par les banques afin de modéliser le risque de *spread* (modèle KMV par exemple).
- Très complexe et utilisable que dans une optique de très court terme.

ou

Les modèles à intensité

- Représentent l'évolution du prix des actifs risqués sur la base de processus affectés par des sauts exogènes à la structure même de la compagnie.
- Divers modèle sont applicable :
 - Modèles a changement de rating (mais ne modélise pas les augmentations de *spread*).
 - Modèles inspiré des modèles de taux : le meilleur compromis étant alors le modèle LMN



Le modèle Longstaff, Mithal et Neis fait parti des références de place

Comment mettre en place un GSE ?

Le risque de crédit – Choix du modèle de diffusion – 2/2

A Prise en compte du risque moyen

En notant Q^* la probabilité risque neutre de non défaut d'une obligation et w le taux de recouvrement, le prix d'un zéro coupon *corporate* est :

$$ZC^{corporate}(0, T) = Q^*(T) \times P(0, T) + (1 - Q^*(T)) \times w \times P(0, T) = P(0, T) \times (Q^*(T) + (1 - Q^*(T)) \times w)$$

Equation cependant simpliste dans le sens ou elle prévoit une probabilité de défaut constante

B Prise en compte de la volatilité du risque de crédit : le modèle LMN

Le modèle LMN établit un lien entre la probabilité de défaut, le spread et le risque de liquidité en modélisant :

- l'intensité du risque de défaut sur la base d'un processus de retour à la moyenne de type CIR : $d\lambda_t = a(b - \lambda_t)dt + \sigma_t \sqrt{\lambda_t} dW_\lambda(t)$
- Le risque de liquidité sur la base d'un bruit blanc : $d\gamma_t = \eta dW_\gamma(t)$

La probabilité de « survie » de l'obligation risquée étant : $Q^*(t) = E^Q \left[\exp \left(- \int_0^t \lambda_u du \right) \right]$

$P^{corporate}(c, \omega, T) = E^Q \left[c \int_0^T \exp \left(- \int_0^\tau (r_s + \lambda_s + \gamma_s) ds \right) d\tau \right] + E^Q \left[\exp \left(- \int_0^T (r_\tau + \lambda_\tau + \gamma_\tau) d\tau \right) \right] + E^Q \left[w \int_0^T \lambda_\tau \exp \left(- \int_0^\tau (r_s + \lambda_s + \gamma_s) ds \right) d\tau \right]$	Coupons	$= P^{SansRisque}(c, T) = E^Q \left[c \int_0^T \exp \left(- \int_0^\tau (r_s) ds \right) d\tau \right] + E^Q \left[\exp \left(- \int_0^T (r_\tau) d\tau \right) \right] + 0$
	Nominal	
	défaut	

Le modèle LMN ne modifie pas la capacité du modèle de taux à exprimer les prix par formule fermées.

Comment mettre en place un GSE ?

Le risque de crédit – Les données nécessaires

Permet de valoriser le risque de crédit (liquidité, *spread*, défaut) associé aux obligations *corporate*.
On s'intéresse par la suite au modèle de Longstaff, Mithal et Neis

Dans le cas d'un investissement sur une obligation *corporate*, l'investisseur demande un rendement au-delà du taux sans risque. La recherche académique a montré que le risque de défaut intrinsèque à l'entreprise émettrice ne peut, à lui seul, justifier l'excès de rendement.

LONGSTAFF et al. [2005] nomment « *spread résiduel* » la part non expliquée par le risque de défaut, ce dernier pouvant être expliqué par des effets de liquidité.

A Données nécessaires pour le risque de défaut

Trajectoire moyenne

Le prix d'obligations *corporate* représentant le portefeuille d'actif de la compagnie.

Incertitude associée

Les primes des CDS associés à ces obligations :

Produit dérivé correspondant à une assurance contre la survenance d'aléas de crédit

La prime du CDS (payée par l'acheteur de l'option) permet d'égaliser la valeur des deux jambes du swap

Représente plus de la moitié du marché des dérivés de crédit.

B Données nécessaires mais non rattachés au risque de crédit

Le calibrage du modèle de crédit nécessite de recalculer des prix d'obligations risqués. A ce titre des informations associée au taux sans risques sont nécessaires (mais déjà obtenues lors de la mise en place du modèle de taux).



La principale critique associée au modèle LMN est l'instabilité de ses paramètres



Validation des scénarios de marché

section

Validation des scénarios de marché

Validation d'un GSE Risque Neutre

Les objectifs poursuivis par un GSE historique et un GSE Risque Neutre étant structurellement différents, le processus de validation dépend du type de GSE considéré

1

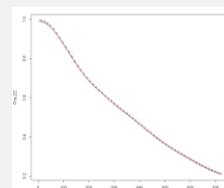
Validation d'un GSE Historique

- La validation d'un GSE Historique est essentiellement statistique et dépend des facteurs de risques considérés :
 - Risque de taux, action : tests statistiques de bonne réplcation (normalité, phénomène de retour à la moyenne)
 - Risque de spread : on peut comparer l'augmentation du spread annuel sur le scénario SCR (quantile à 99,5%) et le comparer à l'augmentation maximale constatée sur l'historique

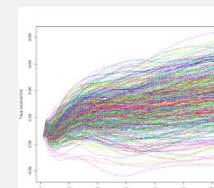
2

Validation d'un GSE Risque Neutre

- La validation d'un GSE Risque Neutre implique de pouvoir :
 - Retrouver la structure par termes des taux
 - Retrouver les prix des produits théoriques des produits dérivés



Structure par termes des taux



Comparaison du prix empirique des actifs

En cas de non-validation d'un jeu de scénarios considérés, plusieurs options sont possibles

Pour un GSE Historique, deux options sont envisageables : une recalibration des paramètres du modèle considéré, ou un changement de modèle sous-jaçant.

Pour un GSE Risque Neutre, une option supplémentaire existe : générer un plus grand nombre de trajectoires et filtrer les trajectoires problématiques. Il convient néanmoins de vérifier que les biais instaurés ne sont pas significatifs



Instaurer un processus de validation ex-ante est indispensable à une saine gestion d'un GSE

3

Comment retraiter un GSE pour l'ORSA ?

section

Comment retraiter un GSE pour l'ORSA

Comment concilier GSE historique et GSE risque neutre – 1/2

Le calcul du Besoin Global de Solvabilité nécessite de projeter l'évolution du ratio de couverture pour divers niveaux de quantiles

Deux générateurs sont à développer dans ce cadre

GSE Historique

- projeter l'évolution des variables économiques et financières sur la durée du plan stratégique ;
- capter suffisamment de volatilité afin de modéliser correctement les situations extrêmes.

GSE Risque Neutre

- retenir des modèles robustes permettant de valoriser le best estimate des engagements d'assurance ;
- prendre en compte la cohérence entre les projections effectuées sous l'univers historique et celles effectuées sous l'univers risque neutre.

Partant de deux générateurs distincts : un GSE historique et un GSE risque neutre de base calibré à la date initiale, deux possibilités se présentent alors pour calculer les prix de marché en fin de première période pour chaque trajectoire primaire

Possibilité 1 : Un nouveau **GSE risque neutre est calibré** en prenant en compte la nouvelle information obtenue à la fin de la première période pour cette trajectoire.

Possibilité 2 : Le **GSE initial** calibré en $t=0$ est **ajusté** afin qu'il reste valide compte tenu de l'information obtenue à la fin la première période pour cette trajectoire. Plusieurs types d'ajustement sont à prévoir

Ajustement de niveau

- à effectuer lorsque les modèles utilisés reposent sur des volatilités déterministes.

Ajustement de volatilité

- à effectuer lorsque les modèles utilisés reposent sur une modélisation stochastique de la volatilité.



Afin de concilier un générateur historique et un générateur risque neutre, nous recommandons de procéder à des ajustements de niveau et de volatilité (et non à une recalibration)

Comment retraiter un GSE pour l'ORSA

Comment concilier GSE historique et GSE risque neutre – 2/2

Ajustements de niveau – cas du modèle de Hull et White

La dynamique, vue de 0 des Prix ZC

Sur la base de la courbe des taux swap initiale et des prix de dérivés de taux, on ajuste un modèle de Hull et white. La dynamique des zéro coupon est :

$$P^0(t, T) = \frac{P(0, T)}{P(0, t)} \exp \left[-\frac{K^2(T-t)}{2} L(t) + K(T-t)(f(0, t) - r(t)) \right]$$

Modélisation du taux court entre 0 et 1 en univers historique

Partant de 0 on simule une réalisation du taux court (sur la base d'un processus de Vasicek) pour t=1. Sur la base de cette simulation, on calcule la valeur des nouvelles données d'ajustement :

Nouvelle structure par termes des taux en date t=1.

$$P^1(1, T) = \frac{P(0, T)}{P(0, 1)} \exp \left[-\frac{K^2(T-1)}{2} L(1) + K(T-1)(f(0, 1) - r_i^1(1)) \right]$$

Nouvelle dynamique des dérivés :

$$r^0(u) = f(0, u) + e^{-k(u-1)} (r_i^1(1) - f(0, 1)) + \frac{\sigma^2}{2} (K^2(u) - e^{-k(u-1)} K^2(1)) + \sigma \int_1^u e^{-k(u-s)} d\tilde{W}_s$$

Paramétrage du GSE a appliquer en t=1

Afin d'être *Market consistent*, le modèle de taux risque neutre utilisé en t=1 doit être cohérent avec celle nouvelle source d'information.

On observe que cette condition est vérifiée en posant :

$$r^1(u) = r(u) + [f^*(0, u) - f(0, u)]$$

$$f^*(0, u) = f(0, u+1) - \left[-e^{-k(u)} \frac{1 - e^{-k(u)}}{k} \frac{\sigma^2}{2k} (1 - e^{-2k}) + e^{-k(u)} (f(0, 1) - r_i^1(1)) \right]$$



Le modèle initial peut être réutilisé en appliquant un ajustement de translation.

Conclusion

Points clefs à retenir

La vision de Sia Partners sur les Générateurs de Scénarios Économiques est la suivante :

1

Dans le cadre de Solvabilité II, la mise en place d'un GSE est une étape incontournable pour tout assureur

2

A moins de disposer d'un passif particulièrement complexe, le développement d'un GSE en interne nous semble être l'approche la plus efficiente pour une compagnie

3

Sia Partners se positionne sur ce segment en proposant un accompagnement à la mise en place d'un GSE en interne, ou dans le cadre d'un audit d'un GSE existant



Questions / Réponses

section



Bureau de Paris
18, boulevard Montmartre
75009 Paris
Tel : (33) 1 42 77 76 17
Internet : www.sia-conseil.com

Paris | Brussels | Amsterdam | Roma | Milano | Casablanca | Dubaï | New York

Vos contacts

Michaël Donio

Directeur
Tel : +33(0) 7 63 30 22 70
Mail : michael.donio@sia-partners.com

Marc Juillard

Manager – Responsable R&D
Tel : +33 (0) 6 23 66 46 40
Mail : marc.juillard@sia-partners.com

Clément Pravin

Manager
Tel : +33 (0) 6 61 81 63 33
Mail : clement.pravin@sia-partners.com

Thomas Anglade

Senior
Tel : +33 (0) 7 60 01 39 45
Mail : thomas.anglade@sia-partners.com

Etude réalisée par

- Guillaume Franquet
- Mamadou Diallo
- Thomas Anglade
- Marc Juillard
- Clément Pravin
- Marina Petit
- Ramla Kacem

SIA Partners

Bureau de Paris
18 boulevard Montmartre
75 009 Paris
Phone : +33 1 42 77 76 17

<http://www.sia-partners.com/>
<http://finance.sia-partners.com/>